

9.2 电场与电场强度

9.2.1 电场

1.“场”的提出

- 牛顿: 超距作用.
- 法拉第: 提出“场”的概念.

19 世纪: 麦克斯韦建立电磁场方程, 定量描述场的性质和场运动规律.



电场: 电荷周围存在着的一种特殊物质.

场的物质性体现:

- 给电场中的带电体施以力的作用, 表明**电场具有动量**.
- 当带电体在电场中移动时, 电场力做功. 表明**电场具有能量**.

场与实物的共同性比较:

- 1) 都是客观存在;
- 2) 存在形式也都是多样的;
- 3) 遵循质量守恒, 能量守恒, 动量守恒和角动量守恒等规律;
- 4) 既不能创生, 也不能消灭, 只能由一种形式转变为另一种形式.

场与实物的区别：

- 1) 实物质量密度大($\sim 1000\text{kg/m}^3$), 场质量密度很小($\sim 10^{-23}\text{kg/m}^3$), 无静止质量;
- 2) 实物不能达到光速, 场则以光速传播;
- 3) 实物受力产生加速度, 场则不能被加速;
- 4) 实物具有不可入性, 以空间间断形式存在, 可以作参考系; 场具有可入性, 以连续形式存在, 具有可叠加性, 不能作为参考系.

电场与实物联系：

实物周围存在相关的场, 场传递实物间的相互作用, 场和实物可以相互转化.

现代物理认为场是更基本的, 粒子只是场处于激发态的表现.

9.2.2 电场强度

——描述电场大小、方向的物理量

场源电荷: 产生电场的点电荷、点电荷系、或带电体.

试验电荷: 电量足够小的点电荷.

与场点对应

试验电荷 q_0 在电场中 P 点所受的力 $\vec{F}$,
同试验电荷电量之比为 P 点的**电场强度**, 即:

略去对场源电荷分布的影响

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0} = \text{恒矢量}$$

单位: $\text{N} \cdot \text{C}^{-1}$ 或 $\text{V} \cdot \text{m}^{-1}$

大小: 等于单位试验电荷在该点所受电场力;

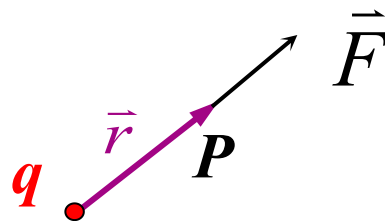
方向: 与 $+q_0$ 受力方向相同.

9.2.3 点电荷与点电荷系的电场强度

1. 点电荷的电场强度

由库仑定律,试验电荷受力为:

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q \cdot q_0}{r^3} \vec{r}$$



$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \vec{e}_r$$

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \vec{e}_r$$

讨论: 1) 反映电场本身的性质, 与试验电荷无关.

2) 电场强度是点函数 $\vec{E} = \vec{E}(\vec{r}, t)$ 静电场 $\vec{E} = \vec{E}(\vec{r})$

3) 均匀电场: 电场强度在某区域内大小, 方向都相同.

4) 电场中电荷受力: $\vec{F} = q\vec{E}$ $\vec{F} = \int_Q \vec{E} dq$

2. 点电荷系的电场强度

由静电场力叠加原理

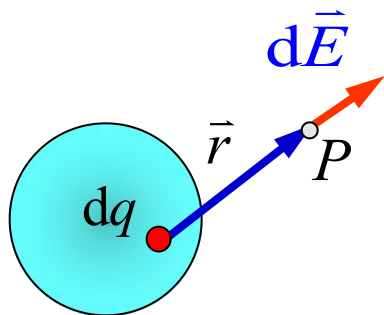
$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \cdots + \vec{F}_n$$

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0} = \frac{\vec{F}_1}{q_0} + \frac{\vec{F}_2}{q_0} + \cdots + \frac{\vec{F}_n}{q_0} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \cdots + \vec{E}_n = \sum_i \vec{E}_i$$

$$= \sum_i \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_i}{r_i^2} \vec{e}_{r_i}$$

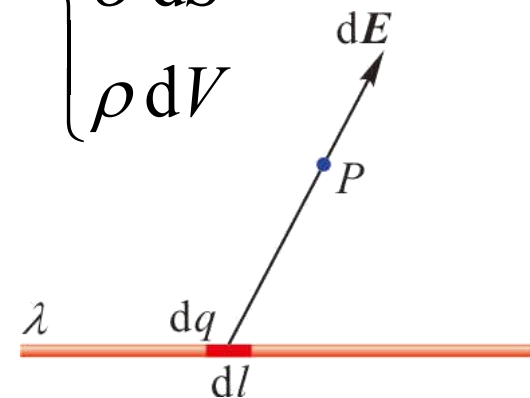
点电荷系在某一点产生的场强，等于每一个点电荷单独存在时在该点分别产生的场强的矢量和。

3. 连续分布的任意带电体的场强



$$d\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{r^2} \vec{e}_r$$

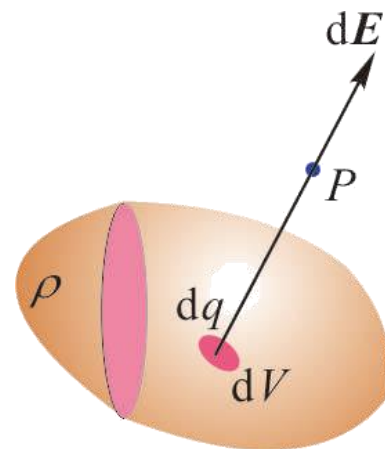
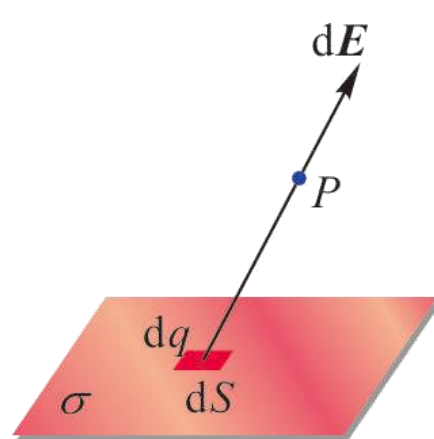
$$dq = \begin{cases} \lambda dl \\ \sigma dS \\ \rho dV \end{cases}$$



建立直角坐标，分解 $d\vec{E}$

$$\text{积分} \begin{cases} E_x = \int dE_x \\ E_y = \int dE_y \\ E_z = \int dE_z \end{cases}$$

$$\vec{E} = E_x \vec{i} + E_y \vec{j} + E_z \vec{k}$$

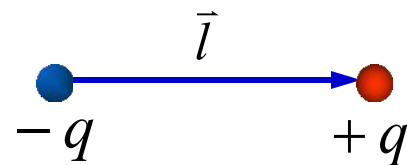


9.2.4 电场强度的计算

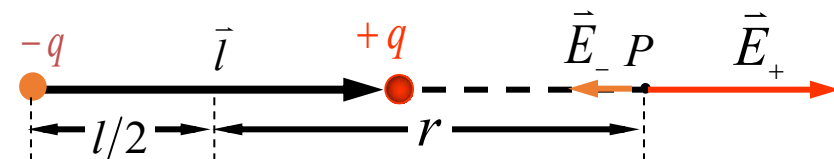
例9-1 求电偶极子的电场.

电偶极子: 相距很近的等量异号电荷

电偶极矩: $\vec{P}_e = q\vec{l}$



解: (1) 轴线延长线上P 的场强


$$\begin{aligned} E &= E_+ + E_- \\ &= \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{1}{(r - \frac{l}{2})^2} - \frac{1}{(r + \frac{l}{2})^2} \right] \\ &= \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{2rl}{(r^2 - l^2/4)^2} \quad \xrightarrow{r \gg l} \quad \vec{E} = \frac{\vec{p}}{2\pi\epsilon_0 r^3} \end{aligned}$$

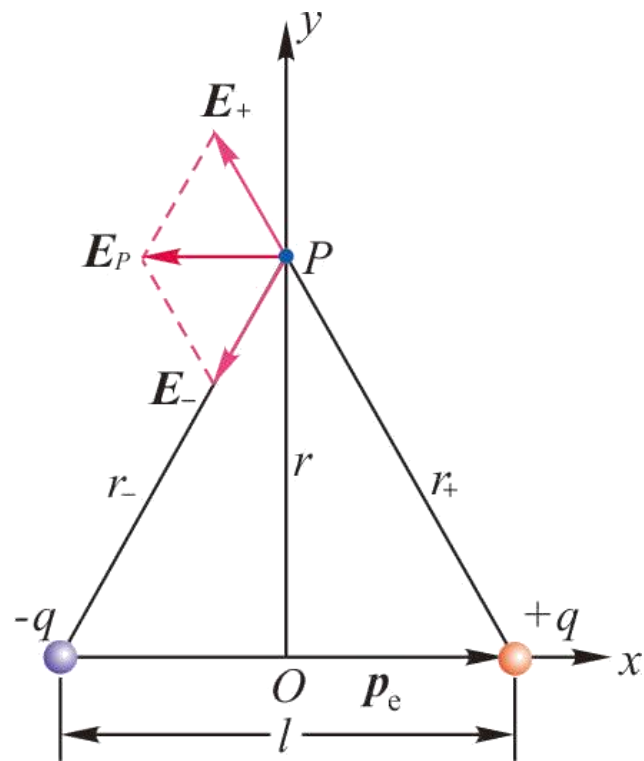
(2)中垂线上 P 的场强

$$\vec{E} = \vec{E}_+ + \vec{E}_- = \frac{q \vec{r}_+}{4\pi\epsilon_0 r_+^3} + \left(-\frac{q \vec{r}_-}{4\pi\epsilon_0 r_-^3}\right)$$

$$r \gg l$$

$$= \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^3} (\vec{r}_+ - \vec{r}_-) = -\frac{q \vec{l}}{4\pi\epsilon_0 r^3}$$

$$= -\frac{\vec{P}_e}{4\pi\epsilon_0 r^3}$$



例9-2 求长度为 l 、电荷线密度为 λ 的均匀带电直细棒周围空间的电场.

解: 建立坐标系 O - xy

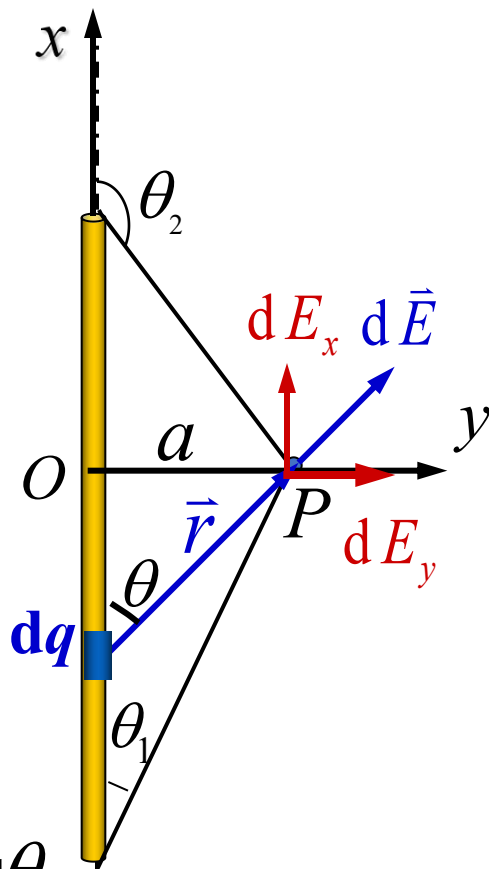
取电荷元 $dq = \lambda dx$

$$d\vec{E} = \frac{dq}{4\pi\epsilon_0 r^3} \vec{r} \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{大小: } dE = \frac{\lambda dx}{4\pi\epsilon_0 r^2} \\ \text{方向: 与 } x \text{ 轴夹 } \theta \text{ 角} \end{array} \right.$$

各电荷元在 P 点场强方向不同,用分量积分:

$$dE_x = dE \cos \theta \quad E_x = \int dE_x = \int \frac{\lambda dx}{4\pi\epsilon_0 r^2} \cos \theta$$

$$dE_y = dE \sin \theta \quad E_y = \int dE_y = \int \frac{\lambda dx}{4\pi\epsilon_0 r^2} \sin \theta$$



统一变量:

$$x = -a \operatorname{ctg} \theta \quad dx = a \operatorname{csc}^2 \theta d\theta$$

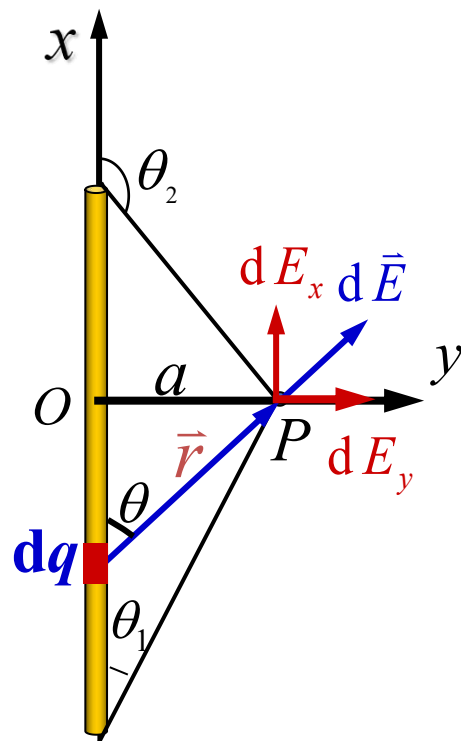
$$r^2 = a^2 + x^2 = a^2 \operatorname{csc}^2 \theta$$

$$E_x = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 a} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \cos\theta d\theta = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 a} (\sin\theta_2 - \sin\theta_1)$$

$$E_y = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 a} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \sin\theta d\theta = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 a} (\cos\theta_1 - \cos\theta_2)$$

$$E_P = \sqrt{E_x^2 + E_y^2}$$

与 +x 夹角 $\alpha = \operatorname{arctg} \frac{E_y}{E_x}$



讨论:

1) 棒延长线上一点 P' , 以 P' 为原点, x 沿棒向下.

$$d\vec{E}_x = \frac{dq}{4\pi\epsilon_0 x^2} \vec{i}$$

$$\vec{E} = \int_b^{b+l} \frac{\lambda dx}{4\pi\epsilon_0 x^2} \vec{i} = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 b(b+l)} \vec{i}$$

$$b \gg l \quad E \approx \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 b^2} \quad \text{点电荷场强}$$

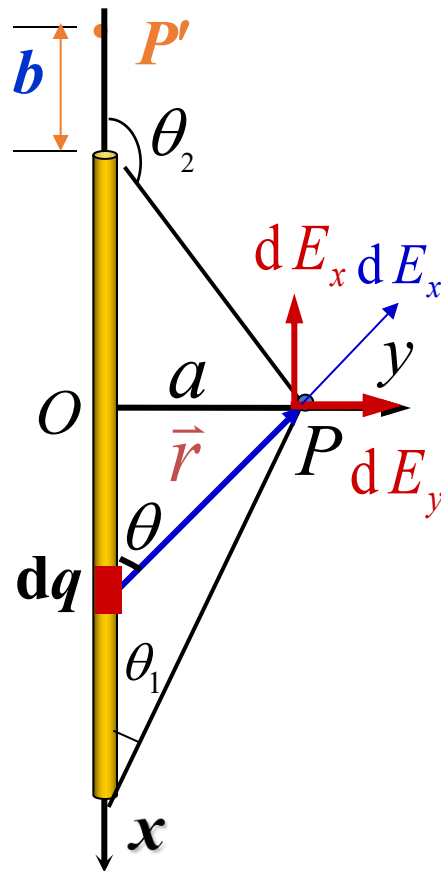
2) 靠近直线场点

$$a \ll \text{棒长} \quad \theta_1 \approx 0, \quad \theta_2 \approx \pi$$

$$E_x = 0$$

$$E = E_y = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 a}$$

理想模型: 无限长带电直线场强公式

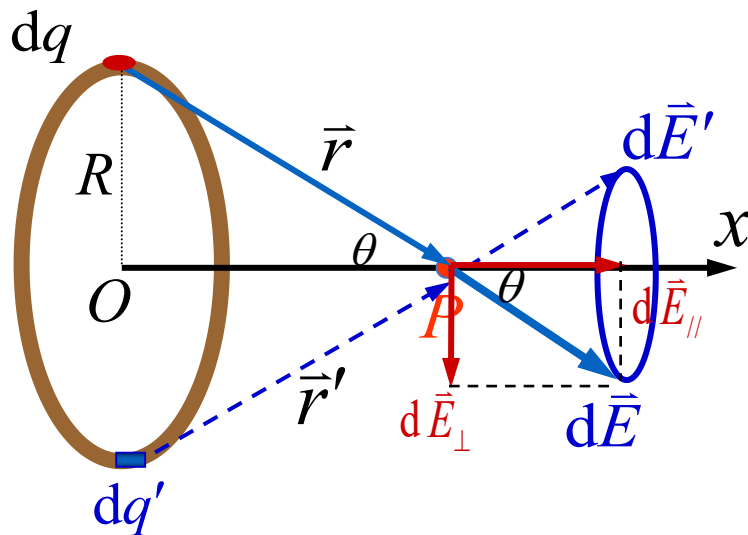


例9-3 求半径为 R 、带电量为 q 的均匀带电细圆环轴线上的电场。

解： 在圆环上取电荷元 dq

$$dq = \lambda dl = \frac{q}{2\pi R} dl$$

$$d\vec{E} = \frac{dq}{4\pi\epsilon_0 r^3} \vec{r}$$



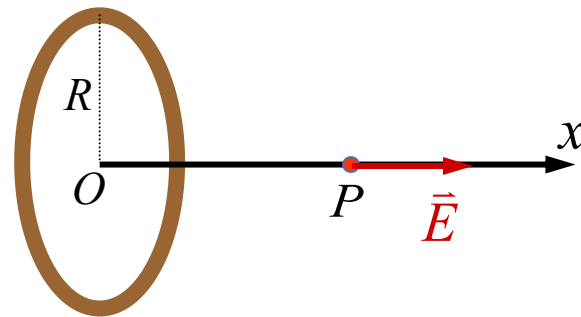
各电荷元在 P 点 $d\vec{E}$ 方向不同, 分布于一个圆锥面上

$$d\vec{E} = d\vec{E}_{\perp} + d\vec{E}_{\parallel} \quad \text{由对称性可知} \quad E_{\perp} = \int dE_{\perp} = 0$$

$$\begin{aligned} E = E_{\parallel} &= \int \frac{dq}{4\pi\epsilon_0 r^2} \cos\theta = \int \frac{1}{4\pi\epsilon_0 r^2} \cdot \frac{q dl}{2\pi R} \cdot \frac{x}{r} \\ &= \frac{qx}{4\pi\epsilon_0 r^3} \cdot \frac{1}{2\pi R} \int_0^{2\pi R} dl \end{aligned}$$

$$E = \frac{qx}{4\pi\epsilon_0 r^3} \cdot \frac{1}{2\pi R} \int_0^{2\pi R} dl = \frac{qx}{4\pi\epsilon_0 (x^2 + R^2)^{3/2}}$$

$$\vec{E} = \frac{qx\vec{i}}{4\pi\epsilon_0 (x^2 + R^2)^{3/2}}$$



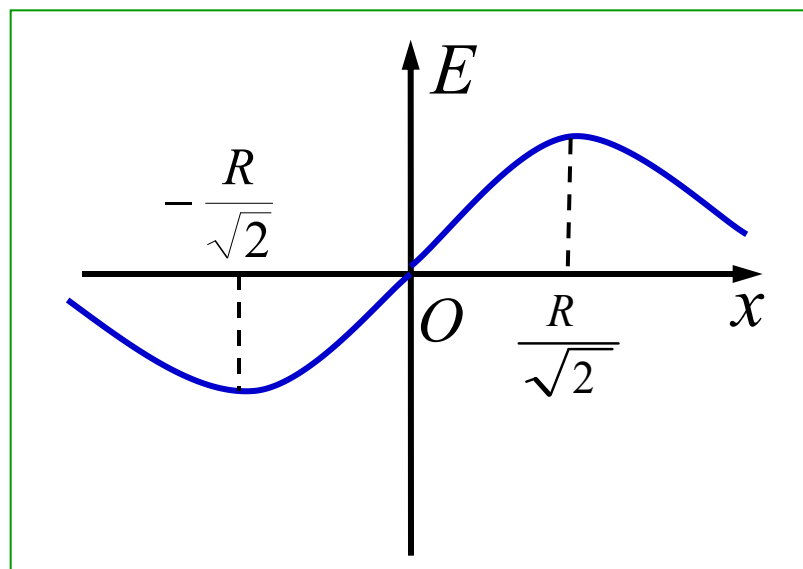
讨论: 环心处 $E = 0$

$$x \rightarrow \infty \quad E \rightarrow 0$$

由 $\frac{dE}{dx} = 0$ 得 $x = \pm \frac{R}{\sqrt{2}}$

处 E 取极大值

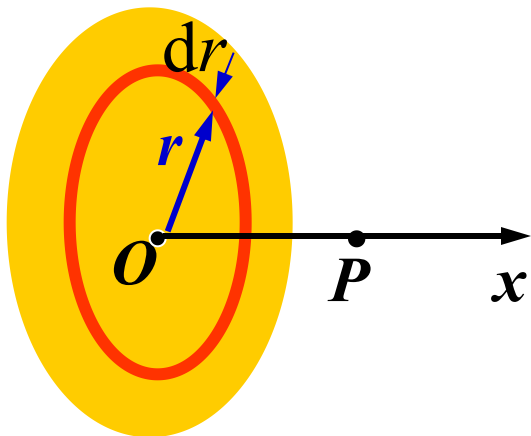
$$x \gg R \quad E \approx \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$



例9-4 求无限大均匀带电平面的电场(电荷面密度 σ).

解: 利用例9-3结果简化计算: 无限大平面即为半径 $R \rightarrow \infty$ 的圆盘 —— 由许多均匀带电圆环组成.

思路



$$dq = ?$$

$$dE = ?$$

$$E = \int dE = ?$$

$$dq = 2\pi r \sigma dr$$

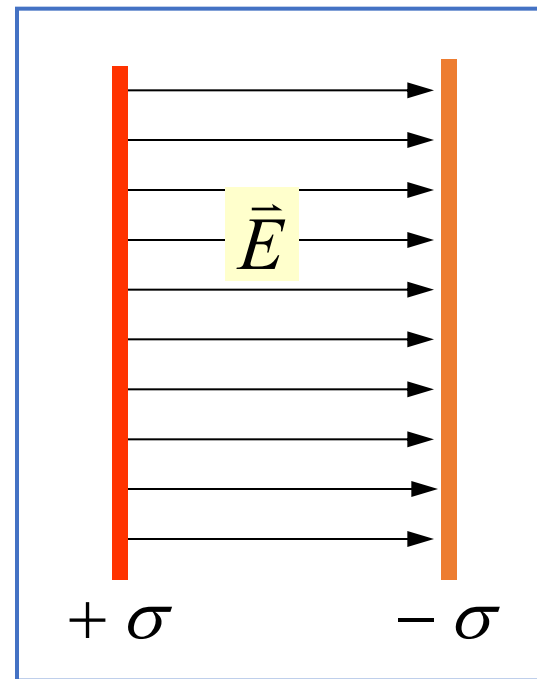
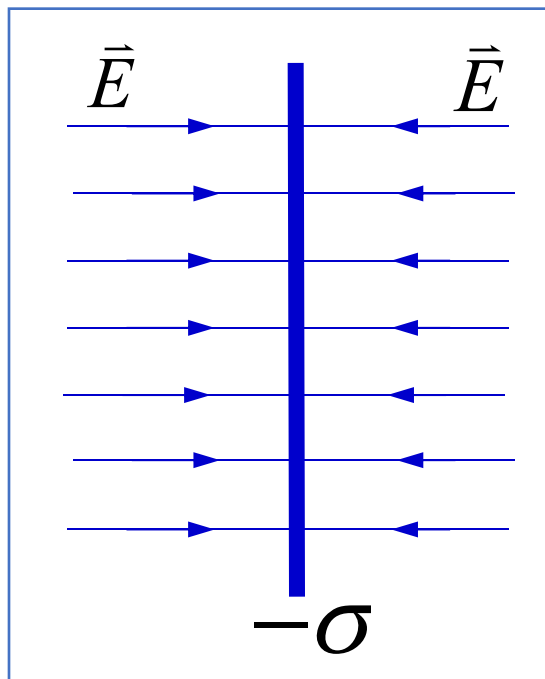
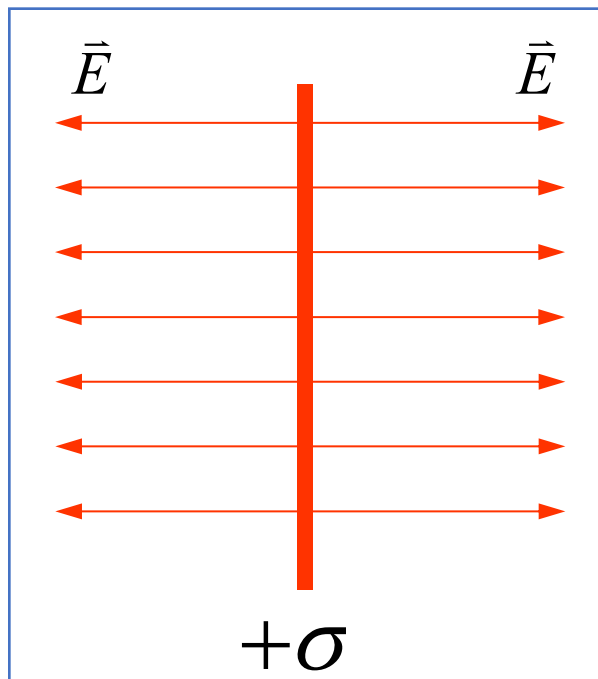
$$dE = \frac{x \cdot dq}{4\pi\epsilon_0(x^2 + r^2)^{3/2}}$$

$$E = \int_0^\infty \frac{\sigma \cdot x \cdot 2\pi r dr}{4\pi\epsilon_0(x^2 + r^2)^{3/2}} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

结论:

1) 无限大带电平面产生与平面垂直的均匀电场

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$



2) 两平行无限大带电平面 ($+\sigma, -\sigma$) 的电场

$$E = E_+ + E_- = \begin{cases} \sigma/\varepsilon_0 & \text{两平板间} \\ 0 & \text{两平板外侧} \end{cases}$$

谢谢！